Inspectoratul Scolar Judetean
Str. Stefan cel Mare Nr. 6 Constanta, cod 900726
Telefon: 0241 - 611913 Telefax: 0241 - 618880
E-mail: isj-cta@isjcta.ro www.isjcta.ro

OLIMPIADA DE FIZICĂ * FAZA LOCALĂ * ianuarie 2006

CLASA a XI - a * Barem de notare

1. Două sfere de volume egale, dar de mase diferite $m_1 = 20g$ şi $m_2 = 10g$, lăsate libere pe rând în glicerină de densitate $\rho_0 = 1{,}32\,g/cm^3$ ating în cădere vitezele limită $v_1 = 5\,mm/s$ şi respectiv $v_2 = 2\,mm/s$. Determinaţi:

a) Viteza limită pe care o va atinge sistemul celor două sfere legate printr-un fir şi lăsate libere în acelaşi lichid şi tensiunea în firul de legătură în acest caz;

b) Densităţile celor două sfere;

c) Acceleraţiile celor două sfere *imediat* după ruperea firului de legătură dintre ele.

Forţa de rezistenţă la înaintare în lichid este direct proporţională cu viteza. Acceleraţia gravitaţională se consideră $g = 10\,m/s^2$.

Prof. Marian Sârbu, ISJ Constanţa

Rezolvare şi barem de notare

a) Pentru prima sferă condiţia de coborâre uniformă cu viteza v_1 este:

$m_1 g = F_A + kv_1$ **(0,25 puncte + 0,25 puncte figura)** (1)

Pentru a doua sferă condiţia de coborâre uniformă cu viteza v_2 este:

$m_2 g = F_A + kv_2$ **(0,25 puncte + 0,25 puncte figura)** (2)

Pentru cele două sfere, legate prin fir, condiţiile de coborâre uniformă cu viteza v este:

$m_1 g = F_A + kv + T$ **(0,5 puncte)** (3)

şi

$m_2 g + T = F_A + kv$. **(0,5 puncte)** Figura **(0,5 puncte)** (4)

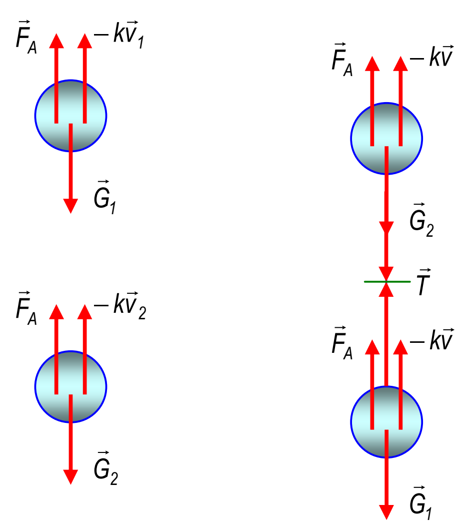
Din relaţiile (1) şi (2) rezultă:

$m_1 g + m_2 g = 2F_A + k(v_1 + v_2)$, **(0,5 puncte)** (5)

iar din (3) şi (4):

$m_1 g + m_2 g = 2F_A + 2kv$ **(0,5 puncte)** (6)

$v = \dfrac{v_1 + v_2}{2} = 3{,}5\,mm/s$. **(0,5 puncte)**



Scăzând membru cu membru relaţiile (3) şi (4) se găseşte:

$T = \dfrac{m_1 - m_2}{2} g = 0{,}05N$. **(0,5 puncte)**

b) Din relaţiile (1) şi (2) rezultă:

$\dfrac{v_1}{v_2} = \dfrac{m_1 g - F_A}{m_2 g - F_A}$ **(0,5 puncte)** şi de aici:

$F_A = \dfrac{m_2 v_1 - m_1 v_2}{v_1 - v_2} g$ **(0,5 puncte)**

Pe de altă parte:

$F_A = V\rho_0 g$ **(0,5 puncte)** şi atunci:

$V = \dfrac{m_2 v_1 - m_1 v_2}{(v_1 - v_2)\rho_0}$ **(0,5 puncte)**

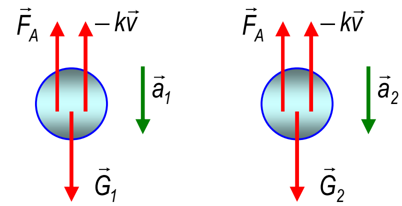
Densităţile celor două sfere sunt:

$\rho_1 = \dfrac{m_1 (v_1 - v_2)}{m_2 v_1 - m_1 v_2}\rho_0 = 7{,}92\,g/cm^3$ **(0,5 puncte)** şi $\rho_2 = \dfrac{m_2 (v_1 - v_2)}{m_2 v_1 - m_1 v_2}\rho_0 = 3{,}96\,g/cm^3$ **(0,5 puncte)**

c) Acceleraţiile celor două sfere *imediat* după ruperea firului care le leagă vor fi:

$a_1 = \dfrac{m_1 g - (F_A + kv)}{m_1}$ **(0,25 puncte + 0,25 puncte figura)** , unde înlocuind $F_A + kv = \dfrac{m_1 + m_2}{2} g$ se obține:

$a_1 = \dfrac{m_1 - m_2}{2m_1} g = 2{,}5\, m/s^2$ **(0,5 puncte)** şi la fel:



$a_2 = \dfrac{m_2 g - (F_A + kv)}{m_2}$ **(0,25 puncte + 0,25 puncte figura)** , unde

înlocuind $F_A + kv = \dfrac{m_1 + m_2}{2} g$ se obține:

$a_2 = \dfrac{m_2 - m_1}{2m_2} g = -5\, m/s^2$.(orientată în sens contrar celui din figură)

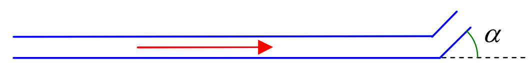
(0,5 puncte)

Total: 9 puncte + 1 punct din oficiu = 10 puncte

Orice altă rezolvare corectă se punctează corespunzător

2. Un tub subțire fix, orizontal, de secțiune S, prin care curge un lichid de densitate ρ, cu debitul volumic Q ,are sudat la un capăt un tub scurt sub unghiul α față de orizontală, ca în figură. Determinați:

a) modulul şi orientarea forței cu care lichidul acționează asupra tubului în punctul de sudură;



b) la ce înălțime maximă se ridică jetul de lichid care tâşneşte din tub, valoarea unghiului α pentru care această înălțime este cea mai mare posibilă şi distanța pe orizontală la care ajunge jetul în acest caz.

Se neglijează frecările şi împrăştierea jetului de lichid.

Selectată şi prelucrată de **Prof. Nicolae Stănculete, Liceul Teoretic "Traian" Constanța**

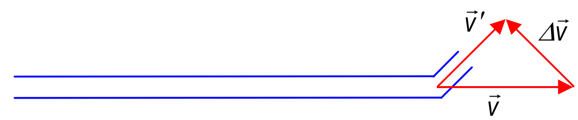
Rezolvare şi barem de notare

a) Viteza în tubul scurt va fi:

$v' = v\cos\alpha$

Forța cu care tubul acționează asupra jetului va fi:

$\vec{F} = \dfrac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \dfrac{\Delta m \cdot \vec{v}' - \Delta m \cdot \vec{v}}{\Delta t} = \dfrac{\Delta m \cdot \Delta\vec{v}}{\Delta t}$ **(1 punct)**,



unde Δm este masa de lichid ce trece printr-o secțiune a tubului în timpul Δt .

Evident această forță va avea orientarea vectorului $\Delta\vec{v}$, adică perpendiculară pe tubul scurt. Forța cu care lichidul acționează asupra tubului va fi, conform principiului acțiunii şi reacțiunii egală cu $\vec{F}$ şi de sens contrar:

$\vec{F}' = \vec{F}$. **(0,5 puncte)**.

Modulul acestei forțe este:

$F' = \dfrac{\Delta m}{\Delta t} v(1 - \cos\alpha) = 2\dfrac{\Delta m}{\Delta t} v \cdot \sin^2\dfrac{\alpha}{2}$ **(1 punct)**.

Dar:

$\dfrac{\Delta m}{\Delta t} = \rho\dfrac{\Delta V}{\Delta t} = \rho \cdot Q$ (**0,5 puncte**), iar $v = \dfrac{Q}{S}$ (**0,5 puncte**)

Rezultă:

$F' = 2\rho\dfrac{Q^2}{S} v \cdot \sin^2\dfrac{\alpha}{2}$ **(1 punct)**..

Viteza jetului la ieşirea din tubul scurt este:

$v' = v\cos\alpha = \dfrac{Q}{S}\cos\alpha$ (**0,5 puncte**).

Înălțimea maximă la care ajunge jetul este:

$h = \dfrac{v'^2 \sin^2\alpha}{2g}$ (**0,5 puncte**) şi înlocuind:

$h = \dfrac{Q^2 \sin^2\alpha\cos^2\alpha}{2gS^2}$ sau: $h = \dfrac{Q^2 \sin^2 2\alpha}{8gS^2}$ **(1 punct)**.

Evident, aceasta va avea cea mai mare valoare pentru:

$sin\,2\alpha = 1$, deci : $\alpha = 45^0$ **(0,5 puncte)** şi va avea valoarea:

$h_{max} = \dfrac{Q^2}{8gS^2}$ **(0,5 puncte)**

Bătaia teoretică este:

$b = \dfrac{v'^2 \sin 2\alpha}{g} = \dfrac{v^2 \cos^2\alpha \sin 2\alpha}{g} = \dfrac{Q^2}{gS^2}\cos^2\alpha \sin 2\alpha$ **(0,5 puncte)**

Pentru $\alpha = 45^0$ aceasta devine:

$b = \dfrac{Q^2}{2gS^2}$ **(0,5 puncte) .**

Total: 9 puncte + 1 punct din oficiu = 10 puncte
Orice altă rezolvare corectă se punctează corespunzător

3. Două baloane identice de săpun cu coeficientul de tensiune superficială σ , fiecare de rază R, sunt lipite unul de celălalt.

a) Determinaţi forma şi energia potenţială superficială a peliculei care separă aerul din cele două baloane.

Spărgându-se pelicula care separă aerul din cele două baloane se formează un singur balon de rază R'.

b) Determinaţi presiunea p_0 a aerului din exteriorul baloanelor.

c) Care sunt limitele între care poate fi cuprinsă valoarea razei R'?

Volumul calotei sferice este dat de relaţia $V = \dfrac{\pi h}{6}\left(3r^2 + h^2\right)$, unde h este înălţimea calotei, r este raza bazei calotei şi R este raza sferei din care face parte, aşa cum se vede în figură. Se cunoaşte că: $\sqrt[3]{4} \approx 1,587$.

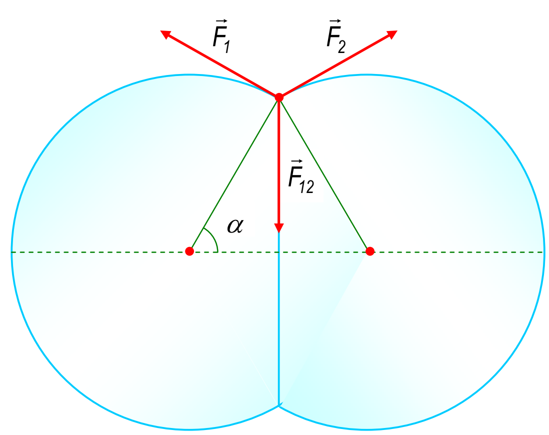
Selectată şi prelucrată de ***Catedra de fizică a Colegiului Tehnic „Tomis" Constanţa***

Rezolvare şi barem de notare

a) Din condiţia de echilibru a a peliculei care separă aerul din cele două baloane de exterior, rezultă că presiunea aerului din cele două baloane va fi aceeaşi, egală cu:

$p = p_0 + \dfrac{4\sigma}{R}$ **(0,5 puncte)** (există două straturi superficiale), unde p_0 este presiunea atmosferică.

Aceasta înseamnă că echilibrul peliculei care separă aerul din cele două baloane se va realiza numai dacă suprafaţa acesteia este plană (o suprafaţă curbă ar face ca echilibrul să nu se mai realizeze, deoarece sub aceasta ar apărea o presiune suplimentară). Înseamnă că suprafaţa plană care intersectează cele două sfere va avea forma unui cerc.
(1 punct)



În fiecare punct al circumferinţei cercului acţionează tangent la suprafaţa liberă şi normale pe contur forţele de tensiune superficială $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ şi $\vec{F}_{12}$, egale în modul, ca în figură.

Condiţa de echilibru impune ca unghiurile dintre cele trei forţe să fie de 120^0 şi atunci unghiul $\alpha = 60^0$. **(0,5 puncte)**

Raza suprafeţei circulare care separă aerul din cele două baloane va fi :

$r = R \sin\alpha = \dfrac{R\sqrt{3}}{2}$ **(0,5 puncte)** , iar suprafaţa peliculei va fi:

$S = 2\pi \dfrac{3R^2}{4}$ (există două straturi superficiale) **(0,5 puncte)**

Energia potenţială superficială a peliculei care separă aerul din cele două baloane va fi deci:

$E_{ps} = \sigma \cdot S = \dfrac{3\pi\sigma R^2}{2}$.**(0,5 puncte)**

b) Volumul aerului dintr-unul din baloane va fi volumul calotei sferice de înălţime:

$h = R + R\cos\alpha = \dfrac{3R}{2}$ şi cu raza bazei $r = R\sin\alpha = \dfrac{R\sqrt{3}}{2}$, adică conform indicaţiei din text:

$$V = \frac{\pi}{6}\frac{3R}{2}\left(3\frac{3R^2}{4} + \frac{9R^2}{4}\right) = \frac{9\pi R^3}{8}$$. **(1 punct)**

După spargerea peliculei care separă cele două baloane volumul aerului din balonul de rază R' care se formează devine:

$V' = \dfrac{4\pi R'^3}{3}$ **(0,5 puncte)** , iar presiunea aerului din balonul astfel format $p' = p_0 + \dfrac{4\sigma}{R'}$ **(0,5 puncte)** .

Aplicăm ecuația Clapeiron Mendeleev pentru aerul din cele două baloane şi pentru amestecul realizat prin spargerea peliculei care le separă, avem:

$pV = \nu RT$ şi $p'V' = \nu' RT$ şi având în vedere aditivitatea numărului de moli pentru amestec:

$\nu' = 2\nu$, găsim:

$p'V' = 2pV$ **(0,5 puncte)** sau:

$$\left(p_0 + \frac{4\sigma}{R'}\right)\frac{4\pi R'^3}{3} = 2\left(p_0 + \frac{4\sigma}{R}\right)\frac{9\pi R^3}{8}$$, de unde:

$$p_0 = 4\sigma\frac{27R^2 - 16R'^2}{16R'^3 - 27R^3}$$. **(0,5 puncte)**

c) Presiunea p_0 nu are sens decât pozitivă, deci trebuie să avem:

$$\begin{cases} 27R^2 - 16R'^2 > 0 \\ 16R'^3 - 27R^3 > 0 \end{cases} \text{ sau } \begin{cases} 27R^2 - 16R'^2 < 0 \\ 16R'^3 - 27R^3 < 0 \end{cases}$$. **(1 punct)**

Cele două sisteme de inecuații conduc la:

$$\begin{cases} R' < \dfrac{3\sqrt{3}}{4}R \\ R' > \dfrac{3\sqrt[3]{4}}{4}R \end{cases} \text{ şi } \begin{cases} R' > \dfrac{3\sqrt{3}}{4}R \\ R' < \dfrac{3\sqrt[3]{4}}{4}R \end{cases}.$$

Cum $\sqrt{3} > \sqrt[3]{4}$ rezultă că singura soluție este:

$\dfrac{3\sqrt[3]{4}}{4}R < R' < \dfrac{3\sqrt{3}}{4}R$ **(1 punct)** sau:

$1{,}19R < R' < 1{,}3R$. **(0,5 puncte)**

Total: 9 puncte + 1 punct din oficiu = 10 puncte
Orice altă rezolvare corectă se punctează corespunzător